

УДК:550.831

А. П. Татарчук

Уральский государственный аграрный университет

(г. Екатеринбург)

**РАСЧЕТ ГРАВИТАЦИОННЫХ АНОМАЛИЙ С
ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ
ХАРАКТЕРИСТИК МОДЕЛЕЙ ГЕОИДА**

Данная статья посвящается уточнению числовых характеристик мировых моделей земного геоида и построение модели геоида на основе гравитационного поля Земли. Выявление причин, вызывающих гравитационные отклонения существенных значений.

Ключевые слова: *геоид, гравитация, рельеф местности*

Анна Петровна Татарчук – старший преподаватель кафедры овощеводства и плодородства им проф. Н. Ф. Коняева Уральского государственного аграрного университета. 620075, Российская Федерация, г. Екатеринбург, ул. К.Либкнехта, 42. E-mail: brassica@inbox.ru.

**CALCULATION OF GRAVITATIONAL ANOMALIES USING THE
CHARACTERISTICS OF GEOID MODELS**

This article is devoted to clarifying the numerical characteristics of the world models of the Earth's geoid and constructing a geoid model based on the Earth's

gravitational field. Identification of the causes causing gravitational deviations of significant values.

Keywords: *geoid, gravity, terrain*

Anna Tatarchuk – Senior Lecturer of the Department of Vegetable and Fruit Growing named after prof. N. F. Konyaeva, Ural State Agrarian University. 620075, Russian Federation, Yekaterinburg, Karla Libkhneta str., 42. E-mail: brassica@inbox.ru.

Для цитирования

Tatarchuk A. P. Расчет гравитационных аномалий с использованием характеристик моделей геоида //Аграрное образование и наука. 2022. № 4.

Практические задачи требуют постоянного уточнения числовых характеристик мировых моделей земного геоида. Различные постановки задач используют различные модели, в зависимости от того, что именно мы вычисляем или исследуем. В последних исследованиях значимую роль сыграл спутник GOCE (читается Gachi Gravity Field and Started), он использовался, помимо прочих задач, для исследования океана на предмет гравитационного поля, а также для выяснения установившихся океанских течений. Время нахождения спутника на орбите 17.03.2009 - 11.11.2013. Его главной полезной нагрузкой является электростатический гравитационный гравиметр. Нововведением, используемым в этом спутнике, являлись ионные двигатели, запущен он был с площадки Плесецк. Вращался он на низкой орбите, порядка 260 км, что позволяло ему достаточно детально исследовать океанские области на предмет замера гравитационного поля Земли. После окончания работы ионных двигателей, работающих на ксеноне, спутник сгорел в верхних слоях. В подавляющем большинстве случаев отклонение силы гравитации от ее расчетных значений, вычисленных исходя из общей массы планеты,

существенно меньше самих гравитационных значений. Как известно, гравитационная аномалия наиболее часто наблюдается на возвышенностях земного рельефа. что физически согласуется с увеличенной массой участка планеты, а также в районах залежей железной руды (поскольку плотность железа высока). Внутренняя структура планеты становится более понятной вследствие этого. Карта гравитационных аномалий иллюстрирует отличие гравитационного поля Земли, наблюдаемого по факту, от расчетных значений гравитации. Неоднородности рельефа наиболее ярко проявляются в хребтах горных пород и океанических впадинах. Хотелось бы получить формулу, связывающую глубину океанской впадины, либо высоту горы, с силой гравитации, действующей на данном ландшафте.

В таблице 1 собраны различные модели геоида, указано к какому эллипсоиду привязана данная модель, откуда взяты данные, использованные для построения модели, а также указана величина ячейки сетки для расчета гравитационной аномалии [Фунг Чунг Тхань, Корниленко А.Ю., Фам Тхи Хоа 2019].

Таблица 1 – Модели геоида

Название, год создания	Приемник	Данные	Размер сеток для расчета гравитационных аномалий
GOCE_T1 M3, 2012 г.	привязка к унифицированному эллипсоиду	однородные со спутника, унификация по высоте	
OSU91A	GEM-T2	изменение уровня моря и грав. аномалий со спутников Geosat	30'× 30'
EGM96	WGS-84	с различных спутников для расчета вакуумных гравитационных	30'× 30'

		аномалий	
EGM2008	WGS-84	проверены на территориях Европы, Германии, США, Японии, Канаде, Австрии, Бразилии, Аргентины, Эквадоре, Венесуэле, Чили, Хорватии.	5'× 5'

Рассмотрим подробнее модель EGM96 – это гравитационная модель, являющаяся результатом научных исследований и замеров гравитации, проведенных на территориях различных государств, а именно: Канады, Южной Америки, Африки, Западной Европы, некоторых государств, входивших в состав бывшего СССР.

Аномалии, связанные с неоднородностями массы земной коры составляют всего лишь 0,05% от самой силы тяжести, но именно они интересны с точки зрения разведки и добычи полезных ископаемых. Плотность в земной коре меняется не только по горизонтали, но и по вертикали. С увеличением глубины плотность земной коры увеличивается и на уровне земной коры, близкой к мантии достигает 2,8 г/см³, в верхней мантии значение плотности достигает 3,3 г/см³.

Известны три подхода к интерпретации гравитационных аномалий: математический – именно он доминирует в данной статье, физико-геологический и формализованный статистический [Петрищевский 2014; Петрищевский 2009].

Гравитационное поле Земли может быть представлено в двух направлениях, одним из которых является карта отклонений силы тяжести на Земле от ее расчетных значений, а другим направлением - построение модели геоида и построения горизонталей на нем, по отношению к которым сила

тяжести действует перпендикулярно. Ниже представлена карта, на которой при помощи цветовой раскраски показано отклонение силы тяжести от расчетного значения. Отметим следующие особенности: участки аномальной силы тяжести в основном имеют небольшие размеры, оценка протяженности сверху 0,6 км. Как мы знаем при перемещении тела вверх, гравитационная потенциальная энергия тела увеличивается, эта величина зависит от массы тела и силы тяжести. На практическую важность данного вопроса помимо всего прочего указывает тот факт, что воздействие гравитационного поля может существенно влиять на всевозможную технику.

Для характеристики поля силы тяжести, как это общепринято будем использовать потенциал и производные от него. Потенциал имеет размерность $\text{м}^2/\text{с}^2$, первые производные от потенциала будем выражать в миллигалах ($\text{мгл} = 10^{-5} [\text{м}/\text{с}^2]$), а вторые производные в этвешах ($\text{Е} = 10^{-9} \text{ с}^{-2}$). Наряду с ставшей уже классической формулой 1 для вычисления потенциала силы тяжести Земли, т.е. геопотенциала в виде ряда

$$V(\rho, \varphi, \lambda) = \frac{GE}{\rho} \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{\rho} \right)^n P_{nm}(\sin \varphi) \cdot (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) \right],$$

где ρ – геоцентрическое расстояние;

φ и λ – географическая широта и долгота точки, в которой рассматривается потенциал;

P_{nm} – присоединённые функции Лежандра;

GE – произведение гравитационной постоянной на массу Земли, равное $3,98\ 603 \cdot 10^9 \text{ м}^3 \cdot \text{с}^{-2}$, «а» – большая полуось Земли;

C_{nm} и S_{nm} – безразмерные коэффициенты, зависящие от фигуры Земли и внутреннего распределения масс в ней.

Главный член ряда – соответствует потенциалу притяжения шара с массой Земли. Второй по величине член (содержащий C_{20}) учитывает сжатие Земли. Последующие члены, коэффициенты которых на три порядка и более меньше, чем C_{20} , отражают детали фигуры и строения Земли. Из-за отсутствия точных данных об истинном распределении масс внутри Земли и о её фигуре невозможно непосредственно вычислить коэффициенты C_{nm} и S_{nm} . Поэтому они определяются косвенно по совокупности измерений силы тяжести на поверхности Земли и по наблюдениям возмущений в движении близких искусственных спутников Земли (ИСЗ). Помимо этой формулы существуют и другие постоянные формулы, как-то формула Кассиниса (1930 г.), Жонголовича (1952 г.), Moritza (1980 г.) При проведении гравитационных съемок большого масштаба нет разницы какую из перечисленных формул использовать, так как ошибка, по сравнению с результатами измерений несущественна мала. Но если гравитационные съемки имеют масштаб региона, то использование ранних формул (к примеру, формулы Гельмерта) приведет к существенным искажениям гравитационного поля.

Нас будет интересовать гравитационное поле Земли вблизи вулкана Камерун (недалеко от Гвинейского залива), географические координаты которого $4^{\circ}12'11''$ северной широты и $9^{\circ}10'12''$ восточной долготы: с одной стороны, там наблюдается концентрация масс (в силу особенности рельефа), с другой стороны географические координаты позволяют упростить формулу в первом приближении. Отметим также что этот вулкан относится к разряду активных, последний раз его извержение произошло в 2000 году. Соответственно была зафиксирована повышенная концентрация магмы. Заметим, что плотность мантийных магм, находящихся на глубине превышает среднюю плотность земной коры и составляет порядка $2,8 \text{ г/см}^3$. Поскольку в рассматриваемой части Земного шара можно приближенно считать, что $\varphi \approx 0$, а

для вычисления присоединенных полиномов Лежандра используем формулу Бонне [Крылов 2016]. Тем самым, получаем, что суммы в классической формуле 1, приведенной выше малы.

$$V(\vartheta, \varphi) = \frac{GE}{r} \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{r^n}{r^n} P_n^m(\vartheta) C_{nm} \right] \quad (*)$$

Имеем также в силе первого замечательного предела. Вектор движения направлен в точку с нулевыми географическими координатами, находящейся в Гвинейском заливе.

С другой стороны, если мы будем рассчитывать потенциал силы тяжести Земли с точки зрения ИСЗ, поднимающегося из верхних слоев атмосферы, то:

$$-V = -G \int \frac{\rho d\tau}{r'}$$

где $d\tau$ – элементарный объем твердого тела [Hinze W.J., Aiken C, Brozena J 2005].

Таблица 2 – Коэффициенты для расчета потенциала силы тяжести Земли

m	0	1	2	3	4	5
C_{2m}	-1082,63	-	2,41	-	-	-
S_{2m}	-	-	-1,36	-	-	-
C_{3m}	2,54	1,97	0,89	0,69	-	-
S_{3m}	-	0,26	-0,63	1,43	-	-
C_{4m}	1,59	-0,53	0,33	0,99	-0,08	-
S_{4m}	-	-0,49	0,71	-0,15	0,34	-

Отметим, что при расчетах важно использовать как можно более точное значение гравитационной постоянной. Согласно последним работам китайского ученого Цзынь Ло (университет науки и технологии центрального Китая) и российского ученого Вадима Милюкова в ряде независимых экспериментов получены два значения гравитационной постоянной: $G_1 = 6,674\ 184(78) \cdot 10^{-11}$ и $G_2 = 6,674\ 484(78) \cdot 10^{-11}$. Мы при расчетах будем использовать среднее арифметическое этих значений, т.е. $G_{\text{с.ариф.}} = 6,674\ 334\ (78) \cdot 10^{-11}$.

Как известно, при решении обратных гравиметрических задач (в частности задач гравиразведки) аналитические решения удается получить лишь в узком ряде случаев. При этом во всех таких случаях в решении учитывается лишь один источник гравитационных аномалий. Наличие любого другого источника необходимо исключить из решения, если желаем сохранить работоспособность формул [Крылов 2016; Милюков, Филеткин, Жамков 2022].

Одним из очевидных практических применений гравиметрических исследований является обнаружение карстовых областей в земном массиве. Гравиметрический мониторинг необходим и для лучшего понимания действий вулканов, анализа грунтовых вод и обнаружения месторождений углеводородов. Как правило, на основании опытно-методических геофизических работ вычисляются характеристики пород, составляющих верхнюю часть разреза. Сверка полученных результатов проводилась при помощи построения функций локализации источников [Симаков, Хохлов 2021].

На основании проведенных вычислений и анализе сравнительных данных можем сделать следующие выводы:

1. Как и в ранее реализованных подходах разделяют гравитационное поле на нормальную часть, определяемую старшими членами в разложении и аномальную часть, описывающую как именно распределена плотность реального участка Земли. В полученной формуле (*) аномальная часть

определяется суммами, стоящими в правой части. Отсутствие тригонометрических функций позволяет исключить накапливающиеся смещения. Этому же способствует то обстоятельство, что исчезают (их влияние становится пренебрежительно малым) коэффициенты S_{nm} в силу уменьшения синуса вблизи интересующей нас территории.

2. На линии экватора и близлежащих областях гравитация несколько меньше, чем на полюсах.

3. Расчетные значения гравитационных аномалий, полученные в следствии использования формулы (*) несущественно отличаются от расчетных значений, полученных при использовании классической формулы.

4. Недостатком аппроксимационной формулы является трудность в регуляризации решений, т.е. зачастую не удается преобразовать решения к такому виду, чтобы незначительные изменения начальных условий не приводили к значительным изменениям целевого функционала. Тем саамы, даже пытаясь использовать максимально точные значения констант и проводя многочисленные итерации все равно удается получить лишь контур области, в которой лежат неизменяющиеся решения. Для решения этого вопроса необходимы многочисленные точные априорные данные, а их нет в силу трудности проведения точных измерений в глубинах Земли. В основе этих трудностей лежит теоретическая невозможность построения гравиметрической карты (двумерного пространства) на основании графика аномалий силы тяжести (одномерного пространства).

Список литературы

Hinze W.J., Aiken C, Brozena J. et al. New standards for reducing gravity data: The North American gravity database // *Geophys-ics*. 2005. Vol. 70, No. 4. P. 125-132.

Крылов В.И. Основы теории движения ИСЗ. М.: МИИГАи К, 2016. 67с.

Милюков В.К., Филеткин А.И., Жамков А.С. Космический гравитационный градиентометр: пути повышения точности моделей гравитационного поля Земли // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 2022. Т. 161, № 4. С. 596-609.

Петрищевский А. М. Три образа мышления и три подхода к интерпретации гравитационных аномалий // Региональные проблемы. 2014. Том 17. № 2. С. 5 – 17.

Петрищевский А.М. Состояние и перспективы геологической интерпретации гравитационных аномалий на Дальнем Востоке России // Известия Томского политехнического университета. 2009. Т. 314. № 1. С. 54 – 60.

Симаков А. А., Хохлов В. В. Разработка методики мониторинговых гравиметрических исследований для изучения карстовых процессов // Вестник Пермского федерального исследовательского центра. 2021, № 3. С.34-41.

Фунг Чунг Тхань, Корниленко А.Ю., Фам Тхи Хоа. Характеристики мировых моделей геоида» // Актуальные вопросы землепользования и управления недвижимостью: Сборник статей Всероссийской научно-практической конференции, Екатеринбург, 2-3 апреля, УГГУ, 2019. С.141-152.

Рецензент: Гусев А. С., Уральский ГАУ, г. Екатеринбург.